

KEGUNAAN SIFAT ALJABAR KOMUTATIF DALAM PERKALIAN DUA BILANGAN

Rukmono Budi Utomo

FKIP Universitas Muhammadiyah Tangerang

rukmono.budi.u@mail.ugm.ac.id

Abstrak

Penelitian ini menjelaskan teknik berhitung perkalian dua bilangan dengan memanfaatkan operasi aljabar yang bersifat komutatif. Teknik ini sebenarnya merupakan perumuman dari teknik perkalian bersusun ke bawah, dengan perbedaan yang terletak pada pemahaman akan operasi aljabar komutatif. Perhitungan perkalian dua bilangan dengan memahami bentuk operasi komutatif dalam aljabar akan lebih memudahkan dan mempercepat dalam menemukan hasil dari perkalian dua buah bilangan tersebut. Hal ini dikarenakan dalam konsep aljabar memungkinkan untuk diambil perumuman atau generalisasi dari suatu bentuk operasi komutatif. Dengan demikian dalam menghitung perkalian dua bilangan dapat dengan mudah dilakukan hanya dengan mengingat bentuk umum dari operasi komutatif dalam aljabar tersebut.

Kata Kunci: Perkalian, Operasi, Aljabar, Komutatif.

Abstract

This research showing usability counting technique multiplication two numbers using algebra's axiom namely commutative. This technique actually generalization of the multiplication arranged downward with difference in the theory understanding of commutative itself. Multiplication two numbers using commutative will be easy to get solve than if we still using arranged downward method. This is because in the algebra concepts is possible to take generalization of the commutative concepts. Based on the top, counting multiplication two numbers will be easy if we understand the concepts of algebra's namely commutative.

Keywords: Multiplication, Operation, Algebra, Commutative

PENDAHULUAN

Teknik perhitungan perkalian dua buah bilangan yang selama ini dikenal adalah dengan menggunakan metode bersusun ke bawah. Teknik perhitungan ini sering diajarkan oleh guru matematika sekolah dasar (SD) dan dipakai hamper semua kalangan hingga saat ini. Berbagai inovasi teknik perhitungan perkalian mulai dikembangkan, misalnya teknik perkalian garpu apit dan sebagainya.

Teknik perkalian dengan menggunakan perhitungan bersusun ke bawah memiliki kelemahan pada banyaknya baris yang dihasilkan hasil dari perhitungan perkalian bilangan untuk selanjutnya dilakuakn proses penjumlahan agar memperoleh hasil perkalian dua buah bilangan tersebut. Banyaknya baris yang dihasilkan bergantung pada banyaknya digit bilangan kedua yang akan dikalikan dengan bilangan pertama. Dalam perkalian bersusun ke bawah bilangan kedua umumnya memiliki digit lebih sedikit atau minimal sama banyak dengan bilangan pertama.

Apabila bilangan pertama dan kedua memiliki digit yang sama sebanyak m , maka teknik perkalian bersusun ke bawah akan menghasilkan m baris hasil perkalian untuk selanjutnya dijumlahkan agar memperoleh nilai dari perkalian dua bilangan tersebut. Sebaliknya, apabila bilangan kedua memiliki digit bilangan yang kurang dari digit pertama sebutlah berdigit $m-1$ sedang bilangan pertama berdigit m , maka banyak baris hasil perhitungan perkalian yang dihasilkan berjumlah $m-1$ bergantung pada banyaknya digit pada bilangan kedua. Intinya adalah proses perhitungan perkalian dua bilangan dengan teknik bersusun ke bawah akan terasa melelahkan dan memerlukan waktu yang lama.

Teknik lain yang diciptakan untuk mempermudah perhitungan perkalian dua bilangan adalah dengan memanfaatkan operasi komutatif dalam aljabar. Sifat komutatif perkalian dalam aljabar dikenalkan dalam konsep Grup G yang bersifat komutatif (Grup Abelian) yakni untuk $a, b \in G$, maka $ab = ba$. Grup abelian merupakan suatu himpunan tak kosong yang memenuhi aksioma komutatif perkalian disamping keempat aksioma pada grup yakni sifat tertutupan, adanya elemen satuan dan invers, memiliki sifat asosiatif dan distributif.

Teknik perhitungan dengan memanfaatkan operasi komutatif dalam aljabar sebenarnya merupakan perumuman dari teknik perkalian bersusun. Teknik perkalian bersusun yang selama ini dikenal akan diubah ke dalam bentuk umum terlebih dahulu untuk selanjutnya dilakukan operasi komutatif. Hasil dari operasi komutatif perkalian tersebut kemudian ditarik suatu kesimpulan yang akan digunakan untuk mempermudah perhitungan perkalian dua bilangan. Perbedaan teknik ini dibandingkan dengan teknik perkalian bersusun biasa adalah dengan tidak diperlukan lagi usaha untuk menjumlahkan hasil dari perkalian dua bilangan tersebut. Hasil perkalian dapat langsung diketahui dikarenakan sebelumnya telah dilakukan proses perumuman terlebih dahulu.

Dalam penelitian ini, operasi komutatif perkalian dua buah bilangan dibatasi hanya untuk perkalian yang memiliki digit yang sama, misalnya perkalian dua bilangan yang masing-masing berdigit dua, tiga dan empat untuk kemudian diambil bentuk umumnya. Tujuan dari pembatasan ini dikarenakan karena banyaknya kombinasi yang muncul dari perkalian dua buah bilangan.

METODE

Metode penelitian yang digunakan penulis adalah dengan melakukan studi pustaka yakni dengan mempelajari operasi komutatif dalam grup abelian. Lebih lanjut penulis juga melakukan perumuman perkalian dua bilangan untuk selanjutnya dilakukan operasi komutatif. Operasi komutatif dilakukan untuk dua bilangan yang memiliki digit yang sama untuk selanjutnya dilakukan generalisasi. Perkalian dua bilangan yang masing masing berdigit n .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini mula-mula akan dilakukan perumuman perkalian dua bilangan yang masing-masing berdigit dua. Selanjutnya dilakukan hal yang sama untuk perkalian dua bilangan yang berdigit tiga dan empat untuk selanjutnya dilakukan perumuman untuk perkalian dua bilangan yang berdigit n .

Kasus I.

Perkalian dua bilangan berdigit 2

Misalkan bilangan 1 adalah ab dan bilangan 2 adalah cd dengan $a, b, c, d \in \square$.

Berdasarkan hal tersebut $ab * cd = ac, (ad + bc), bd$.

Dalam hal ini tidak menjadi masalah apabila nilai $a = b = c = d$

Contoh 1.

Hitunglah hasil perkalian 66×66 .

Solusi.

Dalam hal ini nilai $a = b = c = d = 6$, maka dengan mudah dapat diperoleh nilai perkalian yakni 4356

Contoh 2.

Hitunglah hasil perkalian 12×34

Solusi.

Dalam hal ini dapat dimisalkan $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ dan $d = 4$. Berdasarkan hal tersebut nilai $bd = 8$. Karena nilai $ad + bc = 10$ sehingga perlu disimpan angka 1 untuk dijumlahkan pada nilai ac , berdasarkan hal tersebut cukup dituliskan angka 0. Lebih lanjut nilai $ac = 3$, dan karena harus ditambah dengan 1, maka nilai $ac = 4$. Dengan demikian hasil perkalian tersebut adalah 408.

Kasus II.

Perkalian dua bilangan berdigit 3

Misalkan bilangan 1 adalah abc dan bilangan ke 2 adalah def dengan $a, b, c, d, e, f \in \square$

Berdasarkan hal tersebut $abc * def = ad, (ae + bd), (af + be + cd), (bf + ce), cf$.

Dalam hal ini juga tidak menjadi masalah apabila nilai $a = b = c = d = e = f$.

Contoh 1.

Hitunglah hasil perkalian 444×444 .

Solusi.

Dalam hal ini nilai $a = b = c = d = e =$,

$= f = 6$, maka berdasarkan hal tersebut dengan mudah dapat diperoleh nilai perkalian yakni 197136

Contoh 2.

Hitunglah hasil perkalian 123×456

Solusi.

Dalam hal ini dapat dimisalkan $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ dan $d = 4$, $e = 5$ dan $f = 6$.

Berdasarkan hal tersebut nilai $cf = 18$, dengan demikian harus angka 1 harus disimpan sehingga cf sebagai digit terakhir solusi cukup dituliskan angka 8. Nilai $bf + ce = 27$, dan karena harus ditambah 1, maka $bf + ce = 28$. Dengan langkah yang sama sehingga perlu disimpan angka 2 untuk dijumlahkan pada nilai selanjutnya. Nilai $ac + be + cd = 28$, dan karena harus ditambah 2, maka nilainya menjadi 30. Berdasarkan hal tersebut harus disimpan angka 3 sehingga nilai $ac + be + cd$ cukup dituliskan 0. Selanjutnya nilai $ae + bd = 13$, dan karena harus ditambah dengan 3 maka nilainya menjadi 16. Berdasarkan hal tersebut nilai $ae + bd$ cukup dituliskan angka 6. Terakhir, nilai $ad = 4$, dan harus ditambah 1 sehingga nilainya menjadi 5. Dengan demikian solusi perkalian 123 dengan 456 adalah 56088.

Kasus III Perumuman.

Perkalian dua bilangan berdigit n

Misalkan bilangan 1 adalah $a_1 a_2 \dots a_n$ dan bilangan 2 adalah b_1, b_2, \dots, b_n dengan $a_1 a_2 \dots a_n, b_1, b_2, \dots, b_n \in \square$. Berdasarkan hal tersebut perhitungannya dapat disajikan dalam gambar sebagai berikut

$$\begin{array}{r}
 a_1 a_2 \dots a_n \Big|_* \\
 \hline
 b_1 b_2 \dots b_n \\
 \hline
 a_1 b_n, a_2 b_n, \dots, a_{n-1} b_n, a_n b_n \\
 a_1 b_{n-1}, a_2 b_{n-1}, \dots, a_{n-1} b_{n-1}, a_n b_{n-1} \\
 \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \\
 a_1 b_2, a_2 b_2, \dots, a_{n-1} b_2, a_n b_2 \\
 a_1 b_1, a_2 b_1, \dots, a_{n-1} b_1, a_n b_1 \\
 \hline
 a_1 b_1, (a_2 b_1 + a_1 b_2), \dots, (a_n b_{n-1} + a_{n-1} b_n), a_n b_n
 \end{array}$$

GAMBAR 1 Pehitungan Perkalian Dua Bilangan Berdigit n

Perhatikan bahwa banyaknya “line” atau garis hasil tiap perhitungan sebanyak n dan banyaknya digit solusi perkalian tersebut sebanyak $2n - 1$

Contoh 1.

Hitunglah solusi atas perkalian
 12345678 x 87654321

Solusi

Untuk menjawab soal ini, dapat digunakan perumuman yakni kasus III dengan $n = 8$. Kita dapat menuliskan $a_1 = 1, a_2 = 2 \dots a_8 = 8$ dan $b_1 = 8, b_2 = 7, \dots b_8 = 1$. Solusi dari persoalan ini sangat panjang karena bagaimanapun harus dicari terlebih dahulu garis hasil perhitungan perkalian sebanyak 8 “line” namun hal ini dapat ditemukan dengan menggunakan cara yang telah diuraikan sebelumnya. Solusi merupakan angka berdigit 15 yang digit terakhirnya 8.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat di ambil dari tulisan ini adalah bahwa dengan mencari terlebih dahulu perumuman perkalian dua bilangan dengan memanfaatkan operasi aljabar komutatif, maka perhitungan perkalian dua bilangan tersebut akan menjadi lebih mudah dikarenakan telah diperoleh pola yang mempercepat perhitungan. Meskipun cara ini sejatinya menggunakan cara konvensional yang mana harus dicari terlebih dahulu garis-garis hasil perhitungan, namun hal yang membedakan ialah penggunaan pola perkalian itu sendiri. Dengan mencari pola perhitungan terlebih dahulu, maka perkalian dua bilangan dengan digit berapapun akan menjadi lebih mudah dibandingkan dengan langsung mencari solusinya dengan cara konvensional.

DAFTAR RUJUKAN

[1] Isnarto.(2008). *Pengantar Struktur Aljabar 1*. Buku Ajar. FMIPA Universitas Negeri Semarang.
 [2] Hendrijanto. (2011). *Struktur Aljabar 1, Teori Grup*. Diktat Kuliah. Fakultas Pendidikan MIPA IKIP PGRI Madiun.