

**PARTISI SEBUAH HIMPUNAN DENGAN BILANGAN
STIRLING JENIS KEDUA UNTUK MENINGKATKAN
PEMAHAMAN MAHASISWA MATEMATIKA
SEMESTER II PROGAM STUDI
PENDIDIKAN MATEMATIKA**

Christine Wulandari S²⁾

FKIP Univ. Muhammadiyah Jember, Jl. Karimata 49 Jember,
email: christ_wulan@yahoo.com
Perum Bukit Permai Blok E 20

Abstrak: A set is a group of elements which has definite and clear conditions. A set with n-elements can be divided into sets of non-empty proportions using numbers of methods (Bn Methods). The Number or Bn, known as Bell Numbers, can be defined as additions of the second Stirling using Dobinski Formula. This study is aimed at improving the comprehension of the second semester students of Mathematics Department of Muhammadiyah University of Jember toward Set Theory Subject. The study applies the Action Research Cycles. The result of the study shows that 87,5% of students are able to complete the task of set theory subject, while 12,4% of students are not able to complete their tasks. It means that the teaching and learning on the set the division using the second Stirling Number can improve the students' comprehension toward the subject.

Kata-kata kunci: Divisions, the second Stirling Number, students' Comprehension.

PENDAHULUAN

Matematika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Banyak orang yang menyelesaikan masalah dalam kehidupannya dengan menggunakan matematika. Salah satu cabang matematika yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari adalah himpunan. Himpunan sering digunakan untuk mengelompokkan jenis barang, jenis kendaraan bermotor, tingkat pendidikan, dan lain-lain.

²⁾ *Christine Wulandari, M.Pd* adalah Dosen FKIP UNMUH Jember

Himpunan merupakan materi yang dipelajari sejak siswa duduk di bangku sekolah menengah. Himpunan merupakan konsep dasar dari semua cabang matematika. Himpunan adalah kumpulan objek yang mempunyai syarat tertentu dan jelas (Seputro, 1992:59). Syarat tertentu dan jelas dalam menentukan himpunan menyebabkan kita dapat membedakan objek yang merupakan anggota himpunan dan objek yang bukan anggota himpunan. Setiap objek yang secara kolektif membentuk himpunan tersebut disebut elemen atau unsur atau anggota dari himpunan.

Himpunan dapat dipartisi menjadi beberapa bagian. Dalam menentukan partisi suatu himpunan sering kali kita menentukan kelas himpunan-himpunan bagian tak kosong dari N , kemudian baru kita mengetahui jumlah partisi yang mungkin dari suatu himpunan. Dimana himpunan-himpunan bagian tak kosong itu disebut blok-blok partisi.

Himpunan dengan n elemen dapat dipartisi kedalam himpunan bagian tak kosong dengan beberapa cara (B_n cara) bilangan B_n , itu dikenal dengan Bilangan Bell. Bilangan Bell dapat ditentukan sebagai jumlahan dari bilangan stirling jenis kedua dan dengan formula dobinski. Menentukan Bilangan Bell sebagai jumlahan dari bilangan stirling jenis kedua sangat menarik karena bilangan stirling jenis kedua tersebut dapat disusun dalam suatu pola segitiga yang nantinya dapat mempermudah dalam menentukan Bilangan Bell.

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas maka yang menjadi pertanyaan dalam penelitian ini adalah (1) bagaimanakah mempartisi sebuah himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua? (2) bagaimanakah pemahaman mahasiswa matematika semester 2 Program Studi Pendidikan dalam mempartisi himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua?

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan (1) cara mempartisi sebuah himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua, (2) pemahaman mahasiswa matematika semester 2 program studi pendidikan dalam mempartisi himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua.

Himpunan merupakan konsep dasar dari semua cabang matematika. Himpunan adalah kumpulan objek yang mempunyai syarat tertentu dan jelas (Seputro, 1992:59). Syarat tertentu dan jelas dalam menentukan himpunan menyebabkan kita dapat membedakan objek yang merupakan anggota himpunan dan objek yang bukan anggota himpunan. Setiap objek yang secara kolektif membentuk himpunan tersebut disebut elemen atau unsur atau anggota dari himpunan. Secara detil berikut ini dijelaskan macam macam himpunan.

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat seluruh objek yang dibicarakan atau himpunan yang menjadi objek pembicaraan. Himpunan semesta dilambangkan dengan S atau (Hasan, 2002:3).

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan kosong dilambangkan dengan \emptyset atau $\{ \}$ (Hasan, 2002:3).

Himpunan bagian adalah himpunan yang menjadi bagian dari himpunan lain. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B jika setiap unsur A merupakan unsur B atau A termuat dalam B atau B memuat A (Hasan, 2002:3).

Himpunan komplemen adalah himpunan semua unsur yang tidak termasuk dalam himpunan yang diberikan (Hasan, 2002:4). Jika himpunannya adalah A maka himpunan komplemen-nya dilambangkan A^c atau A' atau \bar{A}

Suatu himpunan merupakan himpunan yang berhingga dan himpunan yang tak berhingga. Suatu himpunan dikatakan berhingga jika himpunan tersebut beranggotakan elemen-elemen yang banyaknya tertentu (jika kita membilang banyaknya anggota-anggota yang berbeda dalam himpunan itu, proses membilang yang kita lakukan akan berakhir). Himpunan yang tidak memenuhi syarat ini disebut himpunan infinit (proses yang kita lakukan untuk membilang banyaknya anggota himpunan tersebut tidak akan berakhir) (Seputro, 1992:62).

Himpunan kuasa adalah keluarga himpunan yang beranggotakan semua subset dan suatu himpunan A disebut himpunan kuasa A (ditulis 2^A)

Himpunan terbatas dan tak terbatas. Himpunan A dikatakan terbatas jika dan hanya jika ada bilangan positif M sedemikian hingga $|x| \leq M$, untuk semua $x \in A$. Suatu himpunan dikatakan tidak terbatas jika himpunan itu tidak memenuhi define-si di atas.

Himpunan Denumerable dan Nondenumerabel. Jika suatu himpunan ekuivalen dengan himpunan bilangan asli maka himpunan itu dikatakan denumerable. Himpunan yang tidak memenuhi syarat itu disebut himpunan nondenumerabel (Sepetro 1992:188).

Himpunan Countebel (terbilang) dan Himpunan Uncountabel. Suatu himpunan disebut countable (terbilang) jika himpunan itu merupakan himpunan finit atau denumerable. Suatu himpunan disebut uncountabel jika infinit dan nondenumerabel (Sepetro, 1992:190).

Operasi Himpunan

Gabungan (union)

Gabungan dari suatu. himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua unsur yang termasuk dalam A atau di dalam B atau di dalam A dan B sekaligus (Hasan, 2002:4). (dibaca A gabungan B). Gabungan himpunan A dan himpunan. B dilambang-kan dengan $A \cup B$ atau. $A + B$ dan dituliskan $A \cup B = \{x : x \in A, x \in B \text{ atau } x \in AB\}$.

Irisan (interseksi)

Irisan dari himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua unsur yang termasuk di dalam A dan di dalam B (Hasan, 2002:5). Irisan dari himpunan A dan himpunan B dilambangkan $A \cap B$ atau AB dan dituliskan $A \cap B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Selisih

Selisih himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua unsur A yang tidak termasuk di dalam B (Hasan, 2002:6). Selisil himpunan A dan himpunan B dilambangkan dengan $A - B$ atau $A \cap B'$ dan dituliskan $A - B = \{x : x \in A \text{ dan } x \notin B\}$ atau $A - B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B'\}$.

Partisi Sebuah Himpunan

Partisi himpunan N_n adalah kelas himpunan-himpunan bagian tak kosong dari N_n , dilambangkan dengan $\{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ dengan $k = 1, 2, \dots, n$ sedemikian hingga

- $\bigcup_{i=1}^k P_i = N_n$
- $P_i \cap P_j = \emptyset$ untuk setiap i, j dimana $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, k$ (Schaum, 1995:113)

Contoh

Diberikan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$B_1 = \{1\}, B_2 = \{2, 3, 4\}, B_3 = \{7, 8\}, B_4 = \{5, 6\}$$

Jika keluarga himpunan $B = \{\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{7, 8\}, \{5, 6\}\}$, buktikan bahwa B merupakan partisi dari A

Bukti:

Keluarga himpunan B dikatakan partisi dari A jika memenuhi

- $\bigcup_{i=1}^k B_i = A$ maka haruslah $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4 = A$

$$B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4 = \{1\} \cup \{2, 3, 4\} \cup \{7, 8\} \cup \{5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$= A$$
- $P_i \cap P_j = \emptyset$ untuk setiap i, j dimana $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, k$

$$B_1 \cap B_2 = \{1\} \cap \{2, 3, 4\} = \emptyset$$

$$B_1 \cap B_3 = \{1\} \cap \{7, 8\} = \emptyset$$

$$B_1 \cap B_4 = \{1\} \cap \{5, 6\} = \emptyset$$

$$B_2 \cap B_3 = \{2, 3, 4\} \cap \{7, 8\} = \emptyset$$

$$B_2 \cap B_4 = \{2, 3, 4\} \cap \{5, 6\} = \emptyset$$

$$B_3 \cap B_4 = \{7, 8\} \cap \{5, 6\} = \emptyset$$

Karena keluarga himpunan B memenuhi kedua syarat, maka terbukti bahwa keluarga himpunan B merupakan partisi dari A .

Bilangan Stirling Jenis Kedua

Bilangan stirling jenis kedua adalah banyaknya cara menyusun partisi suatu himpunan dengan n elemen kedalam k blok dan dinotasikan dengan $S(n, k)$ atau $\left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\}$ (Budiarsih, 2003:1)

Contoh

Tentukan bilangan stirling jenis kedua untuk himpunan $N_4 = \{1, 2, 3, 4\}$

Penyelesaian

$N_4 = \{1, 2, 3, 4\}$, maka partisi himpunan N_4 terdiri dari satu blok, dua blok, tiga blok, dan empat blok masing-masing adalah

Satu blok : $S(4, 1) : \{1, 2, 3, 4\}$

Dua blok : $S(4, 2) : \{\{1, 2, 3\}, \{4\}\}, \{\{1, 2, 4\}, \{3\}\},$
 $\{\{1, 3, 4\}, \{2\}\}, \{\{2, 3, 4\}, \{1\}\}, \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\},$
 $\{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}, \{\{1, 4\}, \{2, 3\}\}$

Tiga blok : $S(4, 3) : \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4\}\}, \{\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}\},$
 $\{\{1, 4\}, \{2\}, \{3\}\}, \{\{1\}, \{2, 3\}, \{4\}\},$
 $\{\{1\}, \{2, 4\}, \{3\}\}, \{\{1\}, \{2\}, \{3, 4\}\}$

Empat blok : $S(4, 4) : \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$

Jadi bilangan stirling jenis kedua untuk N_4 adalah $S(4, 1) = 1,$
 $S(4, 2) = 7, S(4, 3) = 6, S(4, 4) = 1$

Pemahaman Matematika

Matematika berkenaan dengan ide-ide, konsep-konsep yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif (Hudojo, 1990: 4). Hal tersebut memberi indikasi bahwa belajar matematika harus dilakukan secara berkesinambungan. Sedangkan untuk meningkatkan pemahaman dalam belajar matematika, pembelajaran diawali dengan pengamatan langsung dan eksperimen. Dengan siswa memahami suatu materi diharapkan dapat menumbuhkan kemampuan mengkomunikasikan dengan baik dan benar materi yang telah dipahami dan dalam setiap menghadapi permasalahan belajar matematika.

Hiebert dan Carpenter (Grows, 1992:69) menyatakan bahwa pada dasarnya terbentuknya pemahaman dalam belajar dapat digambarkan sebagai berikut.

1. Menangkap ide yang dipelajari melalui pengamatan benda konkret.
2. Menyatukan pengetahuan yang baru diterima dengan skema pengetahuan yang sudah ada.
3. Mengkomunikasikan kembali pengetahuan yang telah

terbentuk untuk menyelesaikan masalah.

Ada beberapa keuntungan yang dapat diperoleh dari pembelajaran yang menekankan pada pemahaman. Menurut Hiebert dan Carpenter (As'ari, 1998:3-4) sedikitnya ada 5 keuntungan dari pembelajaran yang menekankan pada pemahaman, yaitu

1. Pemahaman memberikan generatif. Artinya, pemahaman siswa terhadap suatu konsep mengakibatkan adanya pemahaman yang lain yang berasal dari jalinan antar pengetahuan yang telah dimiliki.
2. Pemahaman memicu ingatan. Artinya, suatu pengetahuan yang telah dipahami yang baik akan diatur dan dihubungkan secara efektif dengan pengetahuan-pengatahuan lain melalui pengorganisasian skema atau pengetahuan secara lebih efisien didalam struktur kognitif sehingga pengetahuan ini lebih mudah diingat oleh siswa.
3. Pemahaman mengurangi banyak hal yang harus diingat. Artinya, jalinan yang terbentuk antara pengetahuan yang satu dengan pengetahuan yang lain dalam struktur kognitif siswa yang mempelajarinya dengan penuh pemahaman memerlukan jalinan yang sangat baik. Dengan memahami salah satu dari pengetahuan tersebut, maka segala pengetahuan yang terkait dapat diturunkan. Dengan demikian siswa tidak perlu menghafalkan semuanya.
4. Pemahaman meningkatkan transfer belajar. Artinya, pemahaman suatu konsep matematika akan diperoleh siswa yang aktif untuk menganalisis apakah suatu konsep tertentu dapat diterapkan dalam kondisi tertentu.
5. Pemahaman mempengaruhi keyakinan. Artinya, siswa yang memahami matematika dengan baik akan mempunyai keyakinan yang positif yang selanjutnya akan membantu pengembangan matematikanya.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Jember. Subjek penelitian adalah

mahasiswa semester 2 program studi pendidikan matematika. Jenis penelitian adalah penelitian tindakan kelas (PTK).

Prosedur penelitian

a. Studi Pendahuluan

Pada tahap ini peneliti mencari informasi tentang kondisi mahasiswa yang menjadi tempat penelitian yaitu kelas mahasiswa matematika semester 11C dengan melihat kemampuan mahasiswa yang sangat beragam, metode yang digunakan dosen pengampu mata kuliah.

b. Perencanaan

Pembuatan rencana pengajaran dilakukan berdasarkan tujuan utama penelitian ini yaitu untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Semester II dalam mempartisi himpunan dengan bilangan Stirling jenis kedua.

c. Pelaksanaan Tindakan

Penelitian ini telah dilaksanakan satu siklus. Dalam pelaksanaan pembelajaran, melakukan tanya jawab dengan mahasiswa tentang cara mempartisi sebuah himpunan yang mereka gunakan serta mengarahkan mahasiswa untuk mempartisi sebuah himpunan dengan anggota yang besar. Pada pertemuan selanjutnya peneliti membimbing mahasiswa untuk dapat mempartisi sebuah himpunan dengan $n > 4$ dengan bilangan Stirling jenis kedua. Dalam mempartisi himpunan dengan $n > 4$ dapat menggunakan bilangan Stirling jenis kedua dari relasi rekurensi.

d. Observasi

Dalam tahap ini peneliti mengumpulkan data dan memonitor pelaksanaan kegiatan sebagaimana yang sudah direncanakan. Data yang diperoleh berupa data kualitatif. Data ini diperoleh selama masa observasi pelaksanaan sehingga peneliti harus menginterpretasikannya agar mengetahui kesulitan yang dihadapi selama proses pelaksanaan tindakan. Untuk mendukung tahap ini peneliti menggunakan lembar observasi.

Dalam pelaksanaan tindakan, banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan mempartisi himpunan dengan jumlah anggota atau elemen lebih dari 4. Kesulitan kebanyakan mahasiswa yaitu pada saat menentukan blok-blok partisi. Dalam hal ini peneliti mencoba

mengingat kembali materi prasyarat yang harus mereka pahami yaitu keluarga himpunan. Keluarga himpunan yaitu himpunan yang beranggotakan himpunan-himpunan. Peneliti menjelaskan bahwa untuk satu blok, maka keluarga himpunan sama dengan himpunan biasa. Untuk dua blok, keluarga himpunan beranggotakan dua himpunan. Untuk tiga blok, keluarga himpunan beranggotakan tiga himpunan, dan seterusnya.

Setelah mendapat penjelasan dari peneliti, mahasiswa mulai memahami materi yang diajarkan. Kemudian peneliti berkeliling kelas untuk memantau aktivitas mahasiswa dalam mengerjakan soal. Saat berkeliling kelas, peneliti masih menemukan mahasiswa yang belum paham. Peneliti meminta teman yang di sebelahnya untuk menjelaskan kepada teman yang belum paham. Setelah dijelaskan oleh temannya, mahasiswa tersebut bisa paham dan berusaha menyelesaikan soal yang diberikan oleh peneliti.

Kegiatan selanjutnya yaitu presentasi hasil diskusi. Mahasiswa diminta untuk maju kedepan kelas untuk mempresentasikan hasil diskusi mereka dengan temannya. Dari hasil presentasi, terlihat bahwa kebanyakan mahasiswa sudah dapat menentukan partisi sebuah himpunan dengan elemannya lebih dari 4, tetapi masih ada yang belum dapat menyelesaikan dengan benar karena keteledorannya dalam menghitung. Diakhir pembelajaran peneliti meminta mahasiswa untuk menyimpulkan kegiatan pembelajaran yang sudah dilakukan yaitu himpunan dengan jumlah anggota lebih dari 4 dapat dipartisi dengan bilangan stirling jenis kedua.

e. Refleksi (evaluasi)

Refleksi merupakan kegiatan menganalisis, menginterpretasikan dan menyajikan informasi yang didapat dari proses pelaksanaan. Pada tahap ini kegiatan pokok peneliti yaitu menganalisis hasil tes akhir yang telah dilakukan. Berdasarkan hasil tes yang diberikan kepada mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran partisi sebuah himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua, terdapat 5 mahasiswa yang belum mencapai ketuntasan. Dari hasil tersebut, diketahui bahwa persentase ketuntasan hasil belajar secara klasikal adalah sebesar 87,5% dan persentase mahasiswa yang belum tuntas adalah sebesar 12,4%. Ketidaktuntasan mahasiswa tersebut disebabkan karena kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal tes karena kurangnya ketelitian mahasiswa dalam

mengerjakan soal, mahasiswa tergesa-gesa sehingga tidak meneliti kembali jawabannya serta ada mahasiswa yang kurang mempersiapkan diri dalam belajar sehingga mereka tidak siap dalam menerima soal tes.

KESIMPULAN

Berdasarkan beberapa hasil temuan dalam penelitian ini dan pembahasan yang telah diuraikan, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa berdasarkan data hasil observasi selama proses pembelajaran partisi sebuah himpunan dengan bilangan stirling jenis kedua, mahasiswa tampak aktif dan antusias karena mereka merasa materi yang dipelajari adalah materi yang baru dan sangat menantang untuk dapat diselesaikan.

Pada awal pembelajaran mahasiswa merasa bahwa materi sangat sulit, hal tersebut disebabkan karena mahasiswa banyak yang tidak memahami materi prasyarat. Setelah peneliti menjelaskan materi prasyarat, mahasiswa mulai kelihatan aktif dalam pembelajaran walaupun masih ada mahasiswa yang belum memahami materi yang diajarkan. Namun demikian pada akhirnya mahasiswa dapat menyelesaikan semua soal yang diberikan dengan baik. Setelah menyelesaikan soal, peneliti meminta mahasiswa untuk mempresentasikan pekerjaannya di depan kelas, hal ini dilakukan untuk menyamakan persepsi dan jawaban yang mereka peroleh. Diakhir pembelajaran peneliti bersama mahasiswa menyimpulkan hasil pembelajaran yang sudah dilaksanakan yaitu himpunan dengan jumlah anggota atau elemen lebih dari 4 dapat dipartisi dengan bilangan stirling jenis kedua.

Berdasarkan hasil tes akhir, terdapat 5 mahasiswa yang belum mencapai ketuntasan. Diketahui bahwa presentase ketuntasan hasil belajar secara klasikal adalah sebesar 87,5% dan presentase mahasiswa yang belum tuntas adalah sebesar 12,4%. Ketidaktuntasan mahasiswa tersebut disebabkan karena kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal tes karena kurangnya ketelitian mahasiswa dalam mengerjakan soal, mahasiswa tergesa-gesa sehingga tidak meneliti kembali jawabannya serta ada mahasiswa yang kurang mempersiapkan diri dalam belajar sehingga mereka tidak siap dalam menerima soal tes. Hal ini menunjukkan bahwa siklus I dari penelitian ini sudah mencapai kesuksesan.

DAFTAR PUSTAKA

- As'ari. A. R. 1998. *Penggunaan Alat Peraga Manipulatif dalam Penemuan Konsep Matematika*. Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam dan Pengajarannya.
- Grows. D. 1992. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (64 – 419). New York: Macmillan.
- Hasan, Iqbal M. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistika 2*. Edisi 2. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: PPLPTK.
- , 1990. *Strategi Belajar Mengajar matematika*. Malang: IKIP Malang
- Schaum. 1995. *Teori Himpunan*. Jakarta: Erlangga.
- Seputro, Theresia M.H.T. 1992. *Pengantar Dasar Matematika Logika dan Teori Himpunan*. Jakarta: Erlangga.